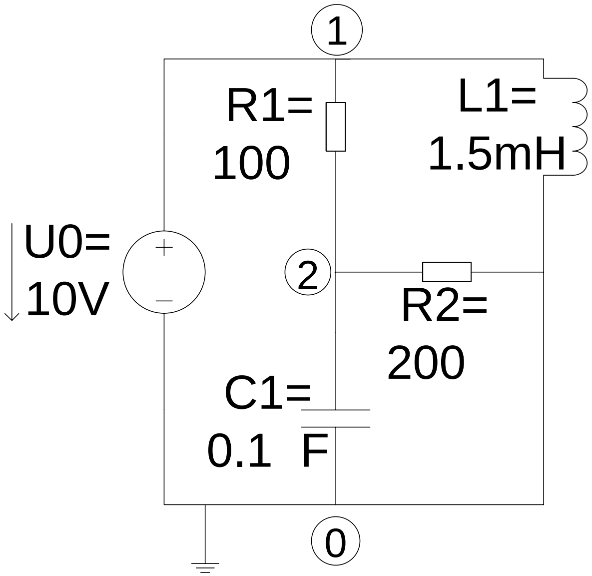
Bondgraphen

- Block- und Signalflussgraphen
- Einführung in Bondgraphen
- Stromkreis-Darstellung als Bondgraphen
- Kausalität und Berechnungsstrukturen
- Bondgraphen für mechanische Systeme
- Weitere Sprachelemente
- Generalisierung

F. Cellier. 1991. Continuous System Modeling, Springer
www.bondgraphs.com

Blockdiagramme

- Wiederholung: Blockdiagramme bestehen aus Blöcken, die mit Pfaden verbunden sind.
- Beispiel: Einfacher Passiver Elektrischer Schaltkreis



Korrekte Beschreibung als „Computational Structure“ – in Formeln:

$$i_1 = u_1 / R_1 \qquad u_1 = U_o - u_C$$

$$i_2 = u_2 / R_2 \qquad u_2 = u_C$$

$$\frac{di_L}{dt} = u_L / L_1 \qquad u_L = u_1 + u_2$$

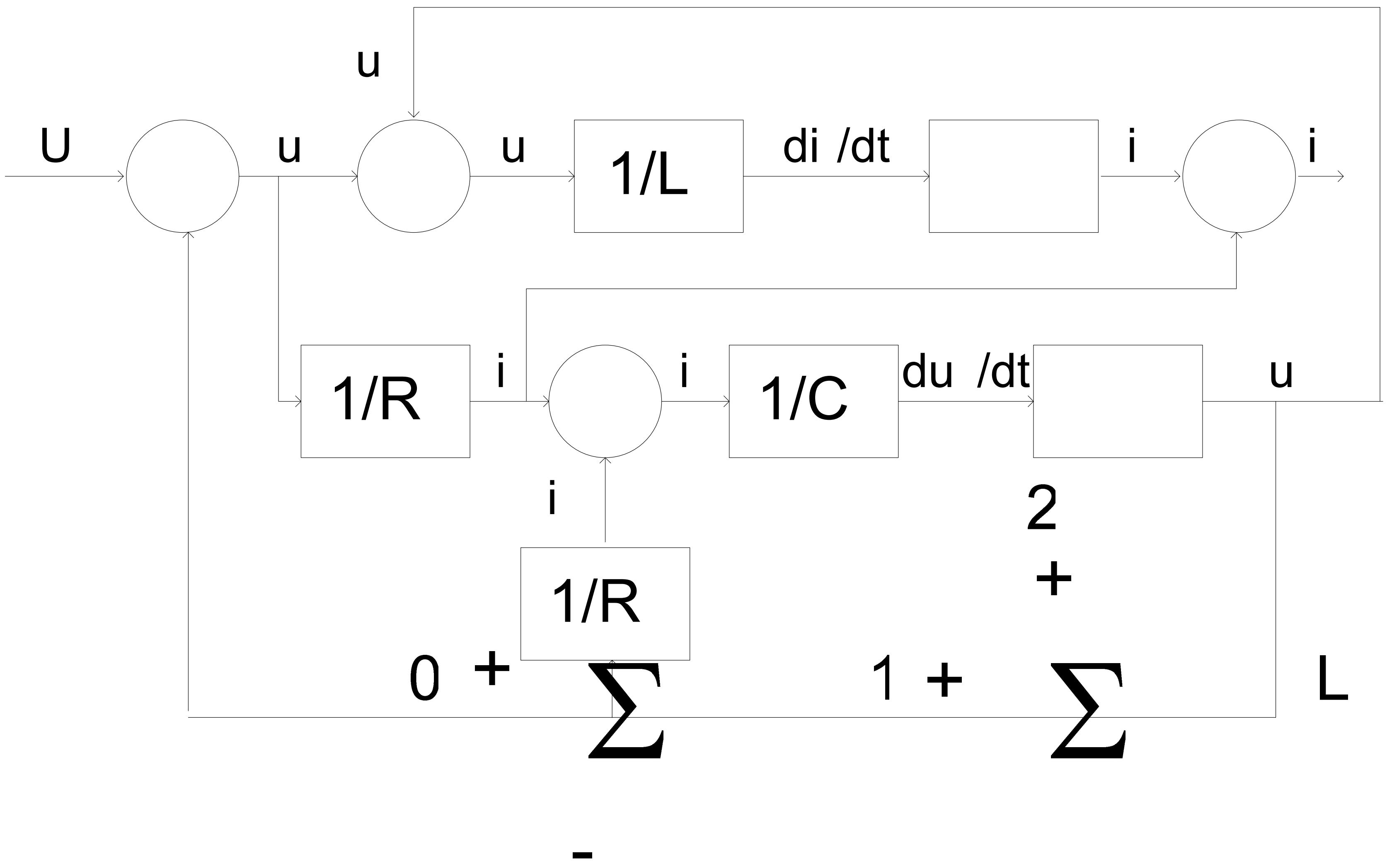
$$i_o = i_1 + i_L$$

$$\frac{du_C}{dt} = i_C / C_1 \qquad i_C = i_1 - i_2$$

Algorithmus von F. Cellier

- Starte mit Zeichnen der Integratorblöcken
- Eingaben sind unbestimmte Variablen → zeichne Formeln, die diese Werte berechnen bis hin zu Eingabewerten
- Benutzte Formeln streichen
- Wenn unbenutzte Formeln übrig bleiben – dann sind das Ausgabegleichungen und können einfach reingezeichnet werden.

Stromkreis als Blockdiagramm

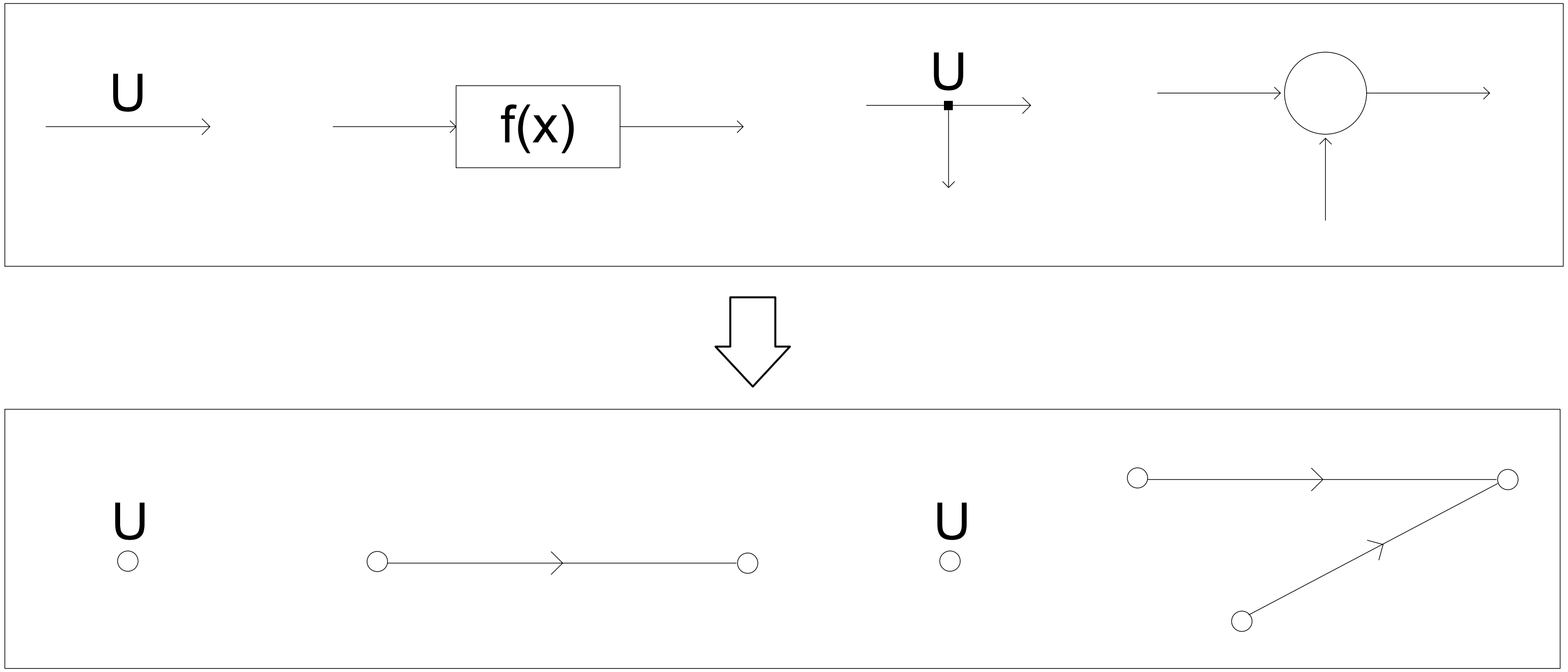


Eigenschaften

- Blockdiagramm spiegelt Struktur der Berechnungen im System
- Topologische Struktur nicht erkennbar
- Kleine Änderungen im Schaltkreis führen zu großen Änderungen im Blockmodell.
- Warum keine Analogie?
  → Kabelverbindung verknüpft 2 Variablen, im Blockdiagramm voneinander getrennt dargestellt

Signalfluss-Diagramme

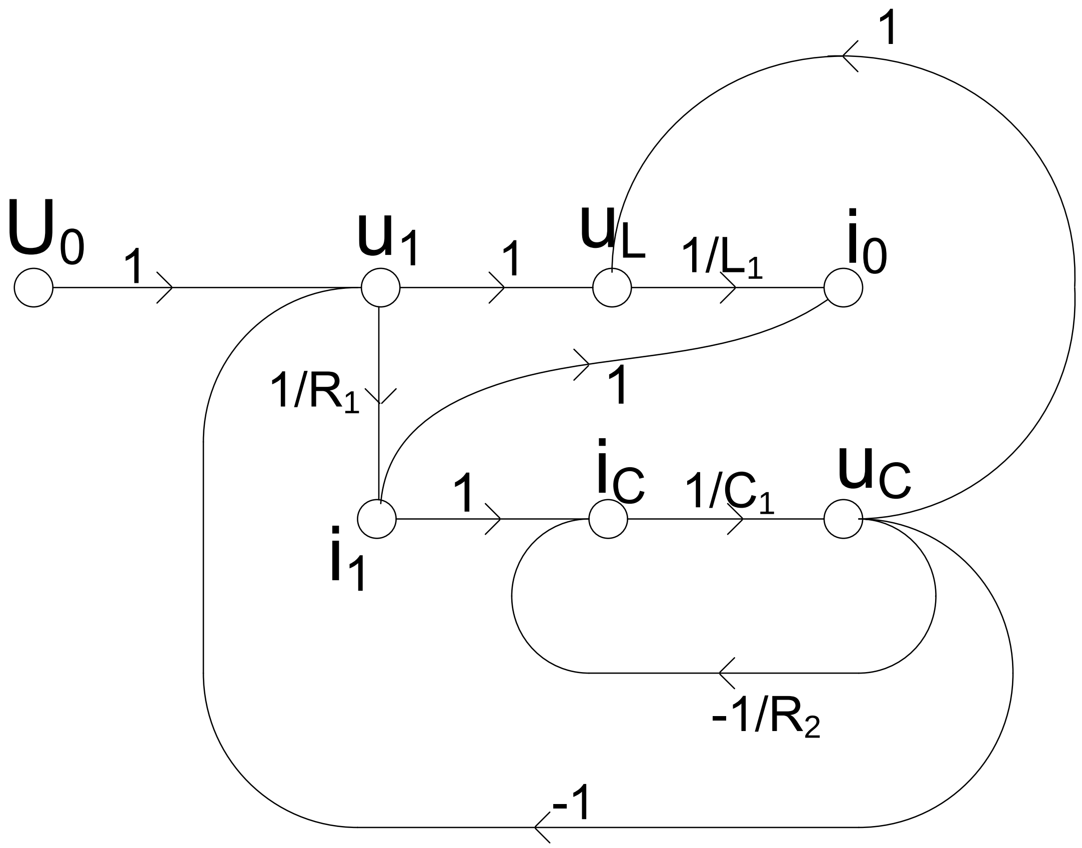
- Verwandt zu Blockdiagrammen



- Jeder „Pfad“ wird zum Knoten im Signalflussplan; jede Box wird zum Pfad

x y=f(x)

Signalplan für Stromkreis



Eigenschaften

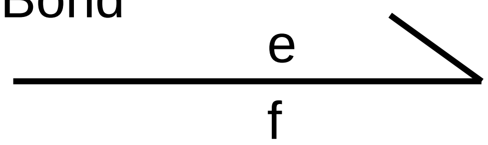
- Jeder Knoten kann gleichzeitig Takeoff-Punkt und Summationsknoten sein
- Keine Entsprechung zu Multi-Port Blöcken
- Nach/Vorteile wie Blockdiagramme → stellt die Berechnungsstruktur nicht die topologische Struktur dar.

- Häufig in Regelungstechnik-Texten

→ Block- und Signalflussdiagrammen zeigen nur die Berechnungsstruktur, Stromkreisdiagrammen nur die topologische Struktur von elektrischen Systemen

Bond Graph

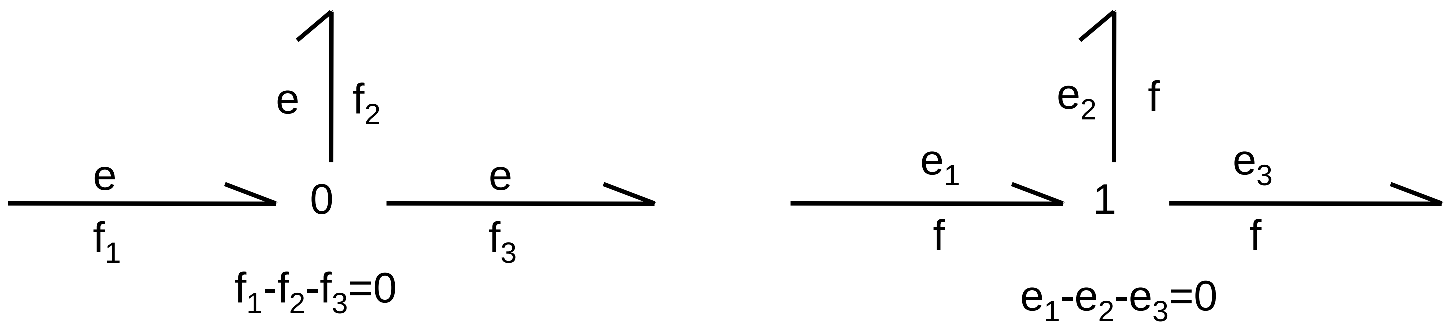
- H.M.Paynter ca. 1960 führt neue Form von Systemrepräsentation ein: **Bond Graphen**
  - Basisparadigma: Energiefluss und Energieerhaltung
  - Zeigt Berechnungs- und topologische Struktur
  - Anwendbar auf alle physikalischen Domänen
- Basiselement: Power Bond



- Bond ist eine Verknüpfung von zwei Variablen:
  - Eine „Across variable“ „effort“ e
  - und eine „Through variable“ „flow“ f
  - Energie, die in Richtung Pfeil fließt entspricht Produkt

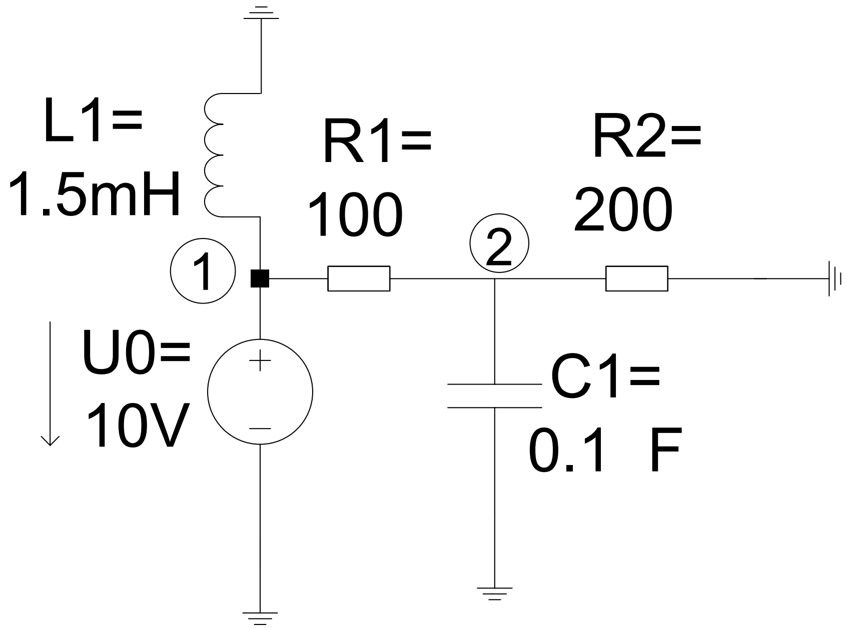
„Junctions“

- Bonds verbinden
  - Systemelemente, z.B. Widerstand als „Single Ports Element“ (beide Variablen werden gleichzeitig verknüpft)
  - Junctions = Verbindungen zwischen mehreren Bonds



  - 0-Junction repräsentiert 1.Kirchhoffsches Gesetz,
    1-Junction 2.Kirchhoffsches Gesetz
  - Wenn ein Bond zwei Junctions verbindet, ist eine immer eine 0-Junction, die andere eine 1-Junction → 0- und 1-Junctions wechseln sich ab.

Bondgraphen für Elektrische Schaltkreise



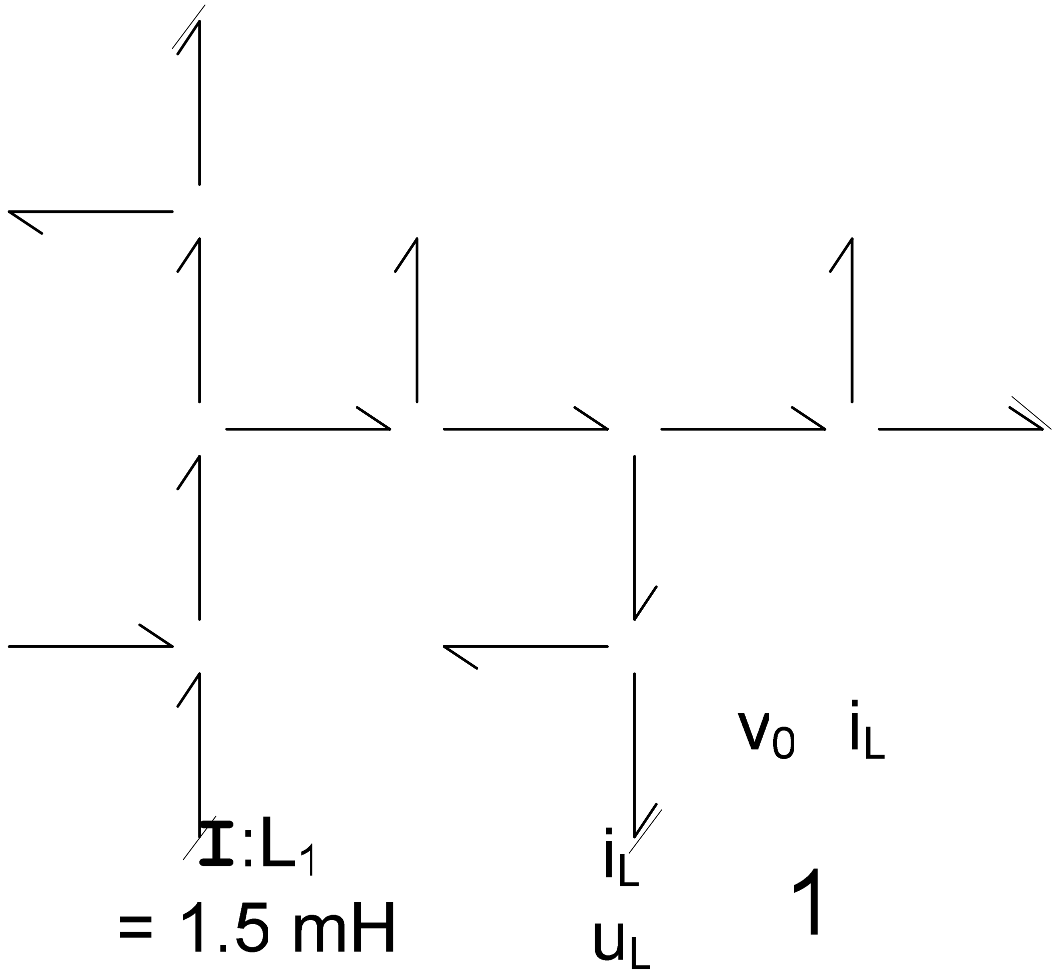
- Ersetze alle Knoten im Kreis durch 0-Junctions – außer dem Referenzknoten (Erdung)
- Jede Verzweigung im Stromkreis als ein Paar von Bonds, die zwei 0-Junctions durch eine 1-Junction zwischen ihnen verknüpfen
- Die „Pfeile" gehen in die Richtung, in der wir Ströme annehmen
- System Elemente werden an die 1-Junctions gehängt mit Pfeilen weg vom Kreis und zu den Junctions der Quellen

Ω Ω

Direkt: Bondgraph für Beispiel-Stromkreis

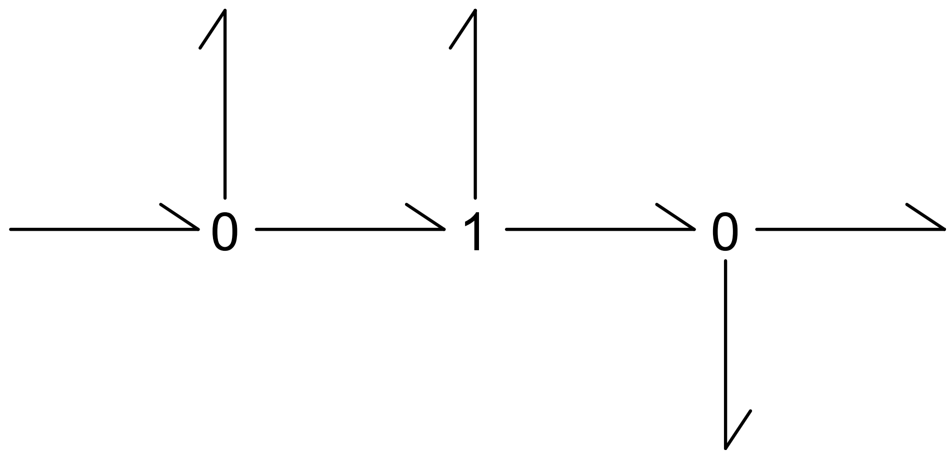
Elementtyp bezeichnet
Art der Gleichung

- **R** „Resistance“ Widerstand
- **C** „Capacity“
- **I** „Inductance“ (auch Inertia)
- **SE** „Effort Source“



Vereinfachung

- Referenzknoten „Erde“ kann mit allen Bonds, die dorthin verknüpfen, weggelassen werden – Kraft, die durch Bond fließt ist Produkt aus Strom mal Spannung, $v_0=0 \rightarrow$ kein Fluss
- Wenn eine Junction zwei Bonds hat, die in die gleiche Richtung deuten, kann Junction zu einem Bond zusammengefasst werden.



Passive und aktive Ein-Port Elemente

- R-Element: „Resistor“, z.B. Widerstand

$$e = Rf$$

- C-Element: „Capacitor“, z.B. Kondensator – Speicherelement für Flow

$$e = e_0 + \frac{1}{C}\int f\ dt$$

- I-Element: „Inductor“, z.B. Induktionsspule – Speicherelement für Effort

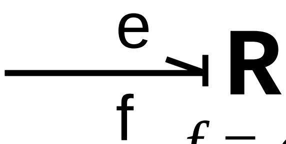
$$f = f_0 + \frac{1}{I}\int e\ dt$$

- SE-Element: „Effort source“, z.B. Spannungsquelle, Kraftquelle
- SF-Element: „Flow source“, z.B. Stromquelle

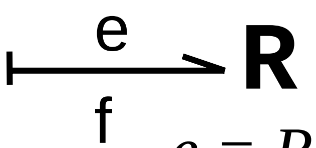
Bond Graph Causality

- Topologische Struktur wird erhalten, Berechnungsstruktur?
  → Bond Graph Causality

- Jeder Bond ist an zwei Gleichungen beteiligt – jede der Gleichungen wird an einem Ende des Bonds formuliert
- „Causality“ wird durch einen kleinen rechtwinkligen Strich angedeutet und ist das Ende, an dem die Flow-Variable berechnet wird.
- Widerstände:

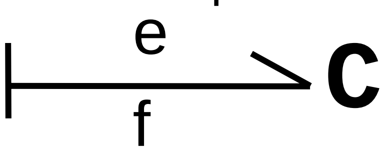


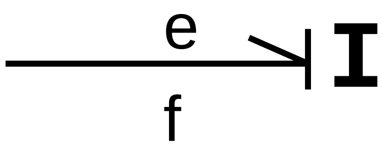
$f = e/R$



$e = R * f$

- Bei Induktoren und Kapazitäten vorgegeben





- Richtige Kausalität bei C und I Elementen: „Integral Causality“
  Bei Invertierung der Kausalität muss Formel als Differential geschrieben werden → „Differential Causality“

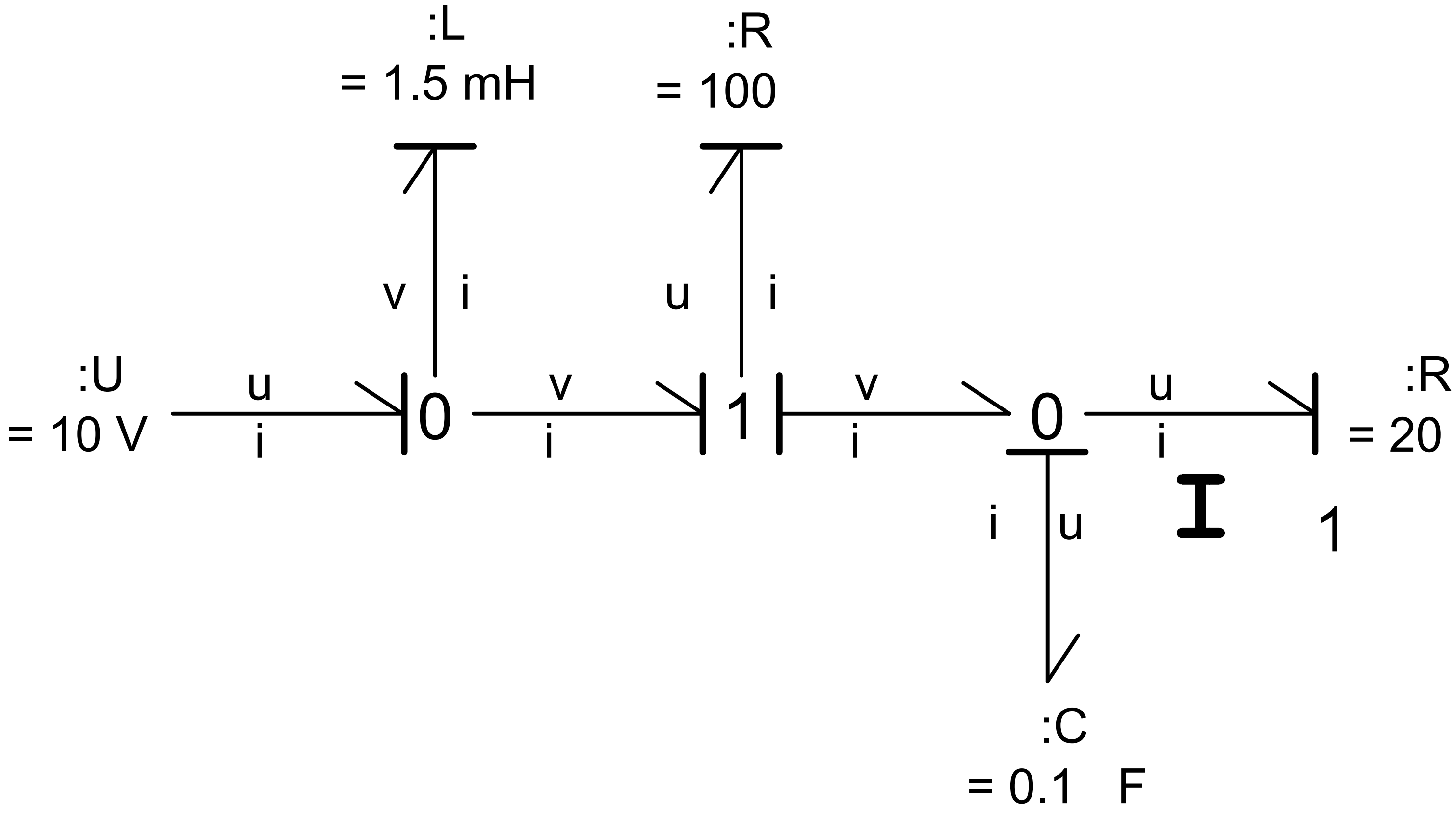
Bond Graph Causality

- Regeln für Junctions
  - An jeder 0-Junctions kann nur eine Flow-Gleichung spezifiziert werden → es muss genau einen Strich an jeder 0-Junction geben
  - An jeder 1-Junction kann nur einmal ein Effort berechnet werden → nur ein Bond kann einen Effort berechnen, nur ein Strich kann weg von einer 1-Junction formuliert werden.
- Drei Möglichkeiten
  - Alle Bedingungen erfüllt → eindeutige Lösung
  - Nicht alle notwendigen Bedingungen erfüllbar → nicht-kausales System
  - Nicht alle gewünschten Bedingungen erfüllbar → degeneriertes System
  - Mehr als eine mögliche Lösung → Modell mit algebraischer Loop

Vorgehensweise

- Starte mit Festlegen der Striche an SE oder SF Elementen
- Propagieren der Kausalitäten durch Junctions (nach Junction-Regeln, etc.)
- Integrale Kausalitäten an „Speicher-Elementen“ (I und C) festlegen und propagieren
- Wenn Graph noch nicht vollständig mit Causalities versehen, Causality an R Elementen festlegen
- Auftreten von differential causalities an Speicherelementen minimieren durch andere initiale Zuweisung von Integraler Causality
- Vermeiden von differential causalities durch Einfügen von C und R Elementen
- Entfernen alle Modelle mit Inkonsistenen an den Junctions

Kausaler Bond Graph



R

L L R1

Bond Graphen für Mechanische Systeme

effort	⇔	Spannung	⇔	Kraft
flow	⇔	Strom	⇔	Geschwindigkeit

Festlegung willkürlich, Analyse der Naturgesetze:

- Mechanische Masse entspricht Induktor

$$m\frac{dv}{dt}=\sum_i e_i \Rightarrow \frac{dv}{dt}=\frac{1}{m}\sum_i e_i \Rightarrow v=\frac{1}{m}\int_0^t e_i dt + v_0$$

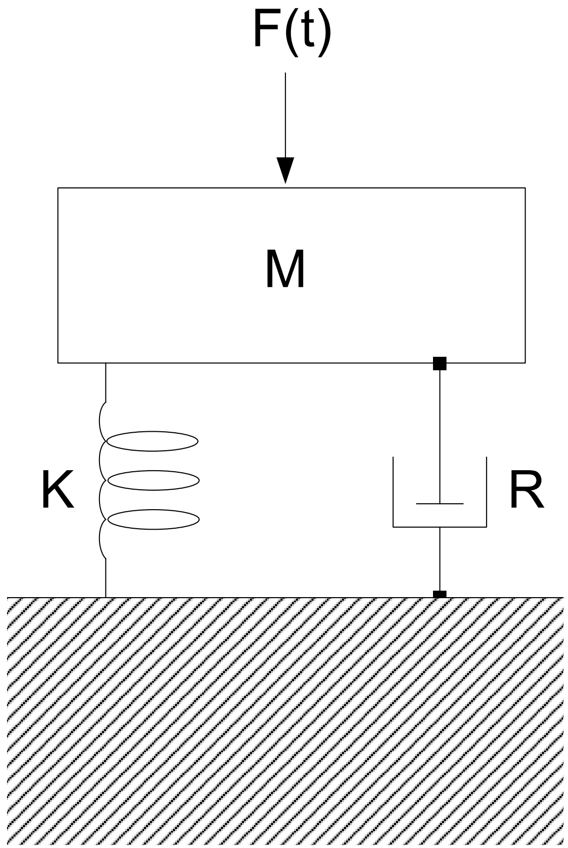
- Feder entspricht elektrischer Kapazität

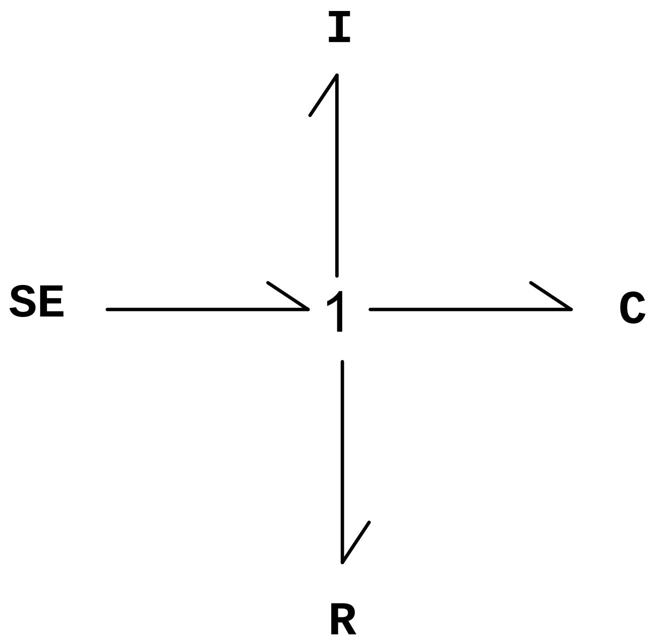
$$f_{Sp}=k\cdot x \Rightarrow \frac{df_{Sp}}{dt}=k\cdot v \Rightarrow \ldots$$

- Reibung entspricht Widerstand

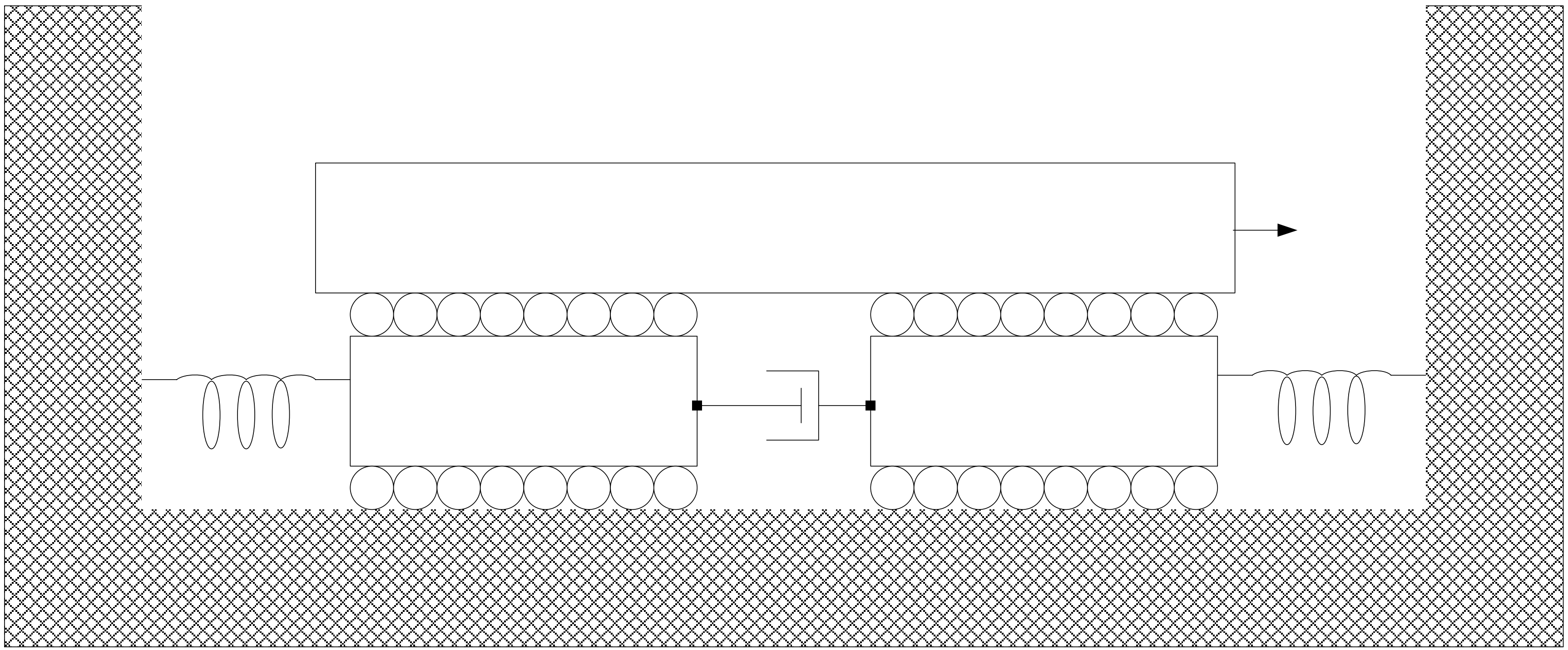
$$f_{Fr}=b\cdot v \Rightarrow v=\frac{1}{b}f_{Fr}$$

Einfaches mechanisches System



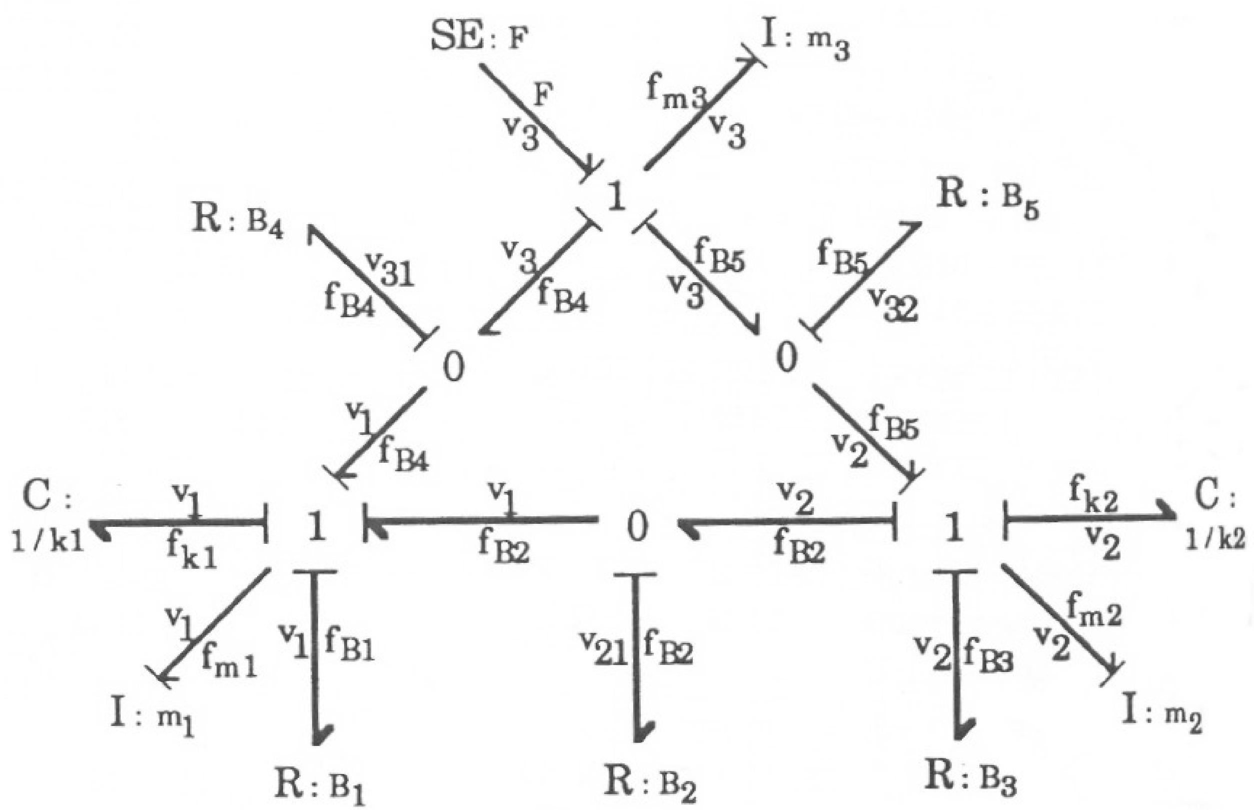


Einfaches mechanisches System



m_3

Bond Graph für mechanisches System



Weitere Generalisierung

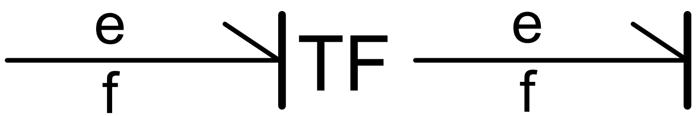
	Effort **e**	**Flow** **f**	**G. Momentum** **p**	**G. Displacement** **q**
Elektrisch	Spannung u [Volt]	Strom i [A]	Flux Φ [V sec]	Charge q [A sec]
Translational	Kraft F [N]	Geschwindigkeit v [m/sec]	Momentum I [N sec]	Displacement x [m]
Rotational	Torque T [N m]	Winkelgeschwin digkeit ω [rad/sec]	Twist	Winkel
Hydraulisch	Druck p [N/m]	Volume Flow q [m3/sec]	Druck- Momentum	Volume
Chemisch	Chemisches Po- tential μ [J/mole]	Molar Flow ν [mole/sec]	-	Number Moles
Thermodyna- misch	Temperatur T [K]	Entropy Flow	-	Entropy

Übersicht der Basis - Sprachelemente

- Drei passive 1-Port Elemente
  - Widerstände
  - Induktoren
  - Kapazitäten
- Zwei aktive 1-Port Elemente
  - Effort und Flow Sources
- **Zwei 2-Port Elemente**
  - **Transformer**
  - **Gyrator**
- Zwei 3-Port Junctions
  - 1 und 0 Junctions

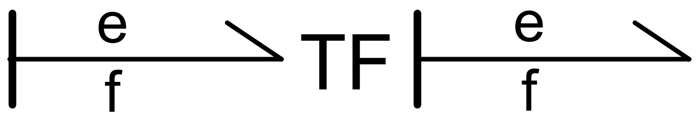
Transformer

- Transformator konvertiert eine Energieform in eine andere
- Beispiele
  - Elektrischer Transformator
  - Zahnräder
  - Hydraulische Pumpen
- Auch für Verknüpfung unterschiedlicher Domänen



$$e_1 = m \cdot e_2$$

$$f_1 = m \cdot f_2$$



$$e_2 = 1/m \cdot e_1$$

$$f_2 = 1/m \cdot f_1$$

Gyrator

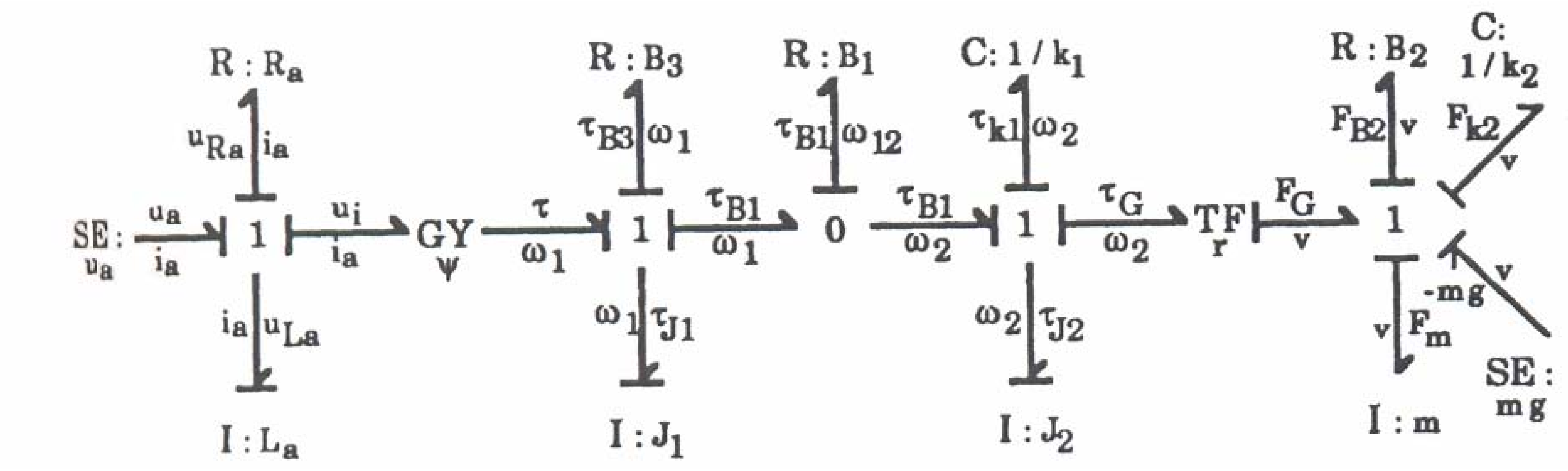
- Verknüpft Effort mit Flow Variable
- Beispiele sind die meisten elektromechanischen Konverter, z.B. DC-Motoren

- r ist der „Gain“ vom primären zum sekundären Flow

$$e_1 = r \cdot f_2$$
$$e_2 = r \cdot f_1$$

$$f_2 = 1/r \cdot e_1$$
$$f_1 = 1/r \cdot e_2$$

Beispiel



R : Ra
uRa ia
SE : ua
ua ia
1
ui ia
GY ψ
τ ω1
R : B3
τB3 ω1
1
ω1 τJ1
I : J1
τB1 ω1
R : B1
τB1 ω12
0
τB1 ω2
C: 1 / k1
τk1 ω2
1
ω2 τJ2
I : J2
τG ω2
TF r
FG v
R : B2
FB2 v
C: 1 / k2
Fk2 v
1
v Fm
I : m
-mg v
SE : mg
ia uLa
I : La

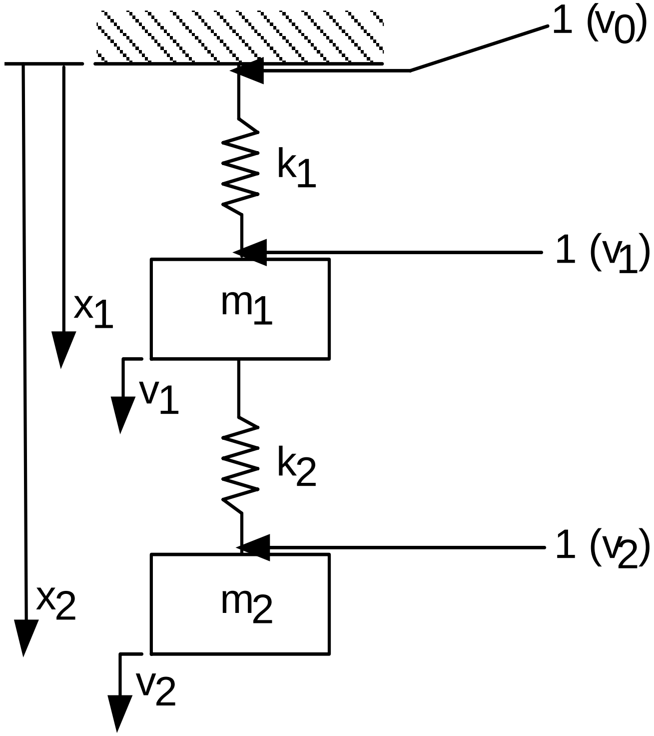
Duale Bond Graphen

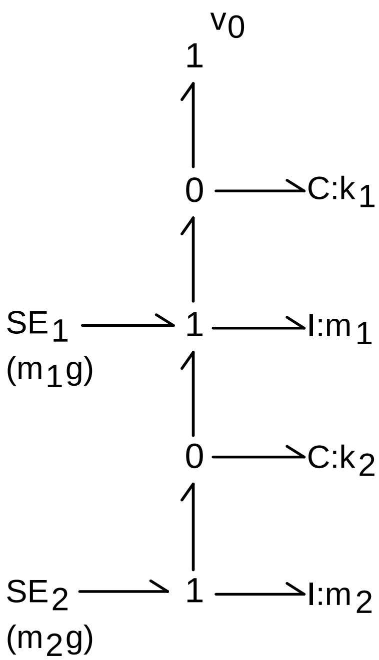
- Wenn Graph zu viele 1-Junctions hat, müsste man unnötig 0-Junctions und Bonds einführen, um alle Elemente anfügen zu können → Konzept des Dualen Bond Graphens
- Rolle von Effort und Flow sind getauscht – mit entsprechenden Konsequenzen für Systemelemente
- Gleichungen, die dargestellt werden, sind gleich
- Notwendig: Einführung eines neuen Systemelements „Conductance G“ als Entsprechung von R (R:r → G:1/r)
- Auch nur Teile des Graphen können als dualer Graph repräsentiert werden → TR, GY als Schnittstelle

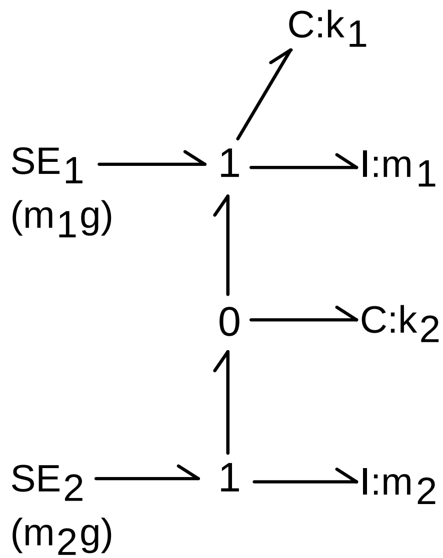
Software für Bond Graphen

- ENPORT – erste Bond Graph – Modellierungssoftware überhaupt, aus 70igern von Prof. Rosenberg
- Dymola – Objektorientiert auf Basis von Modelica
- Auf http://www.bondgraphs.com/software.html sind 15 Tools gelistet und ge-review-ed

Beispiel: Zwei Massen an zwei Federn



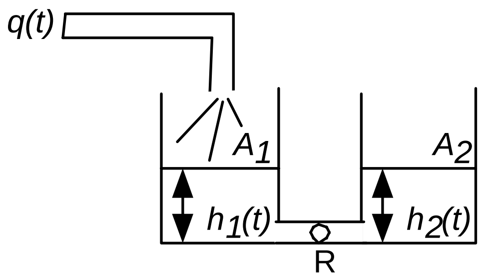


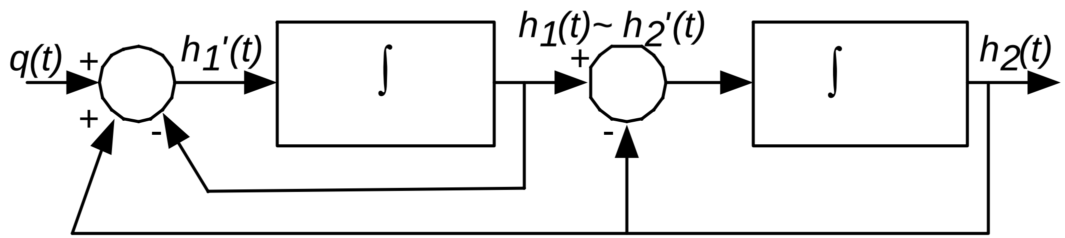


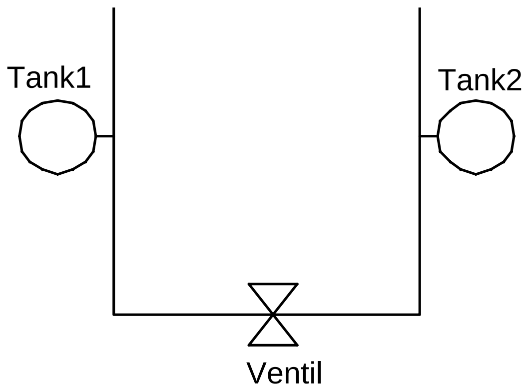
$$m_1\ddot{x}_1 = m_1 g + k_2 x_2 - k_1 x_1$$

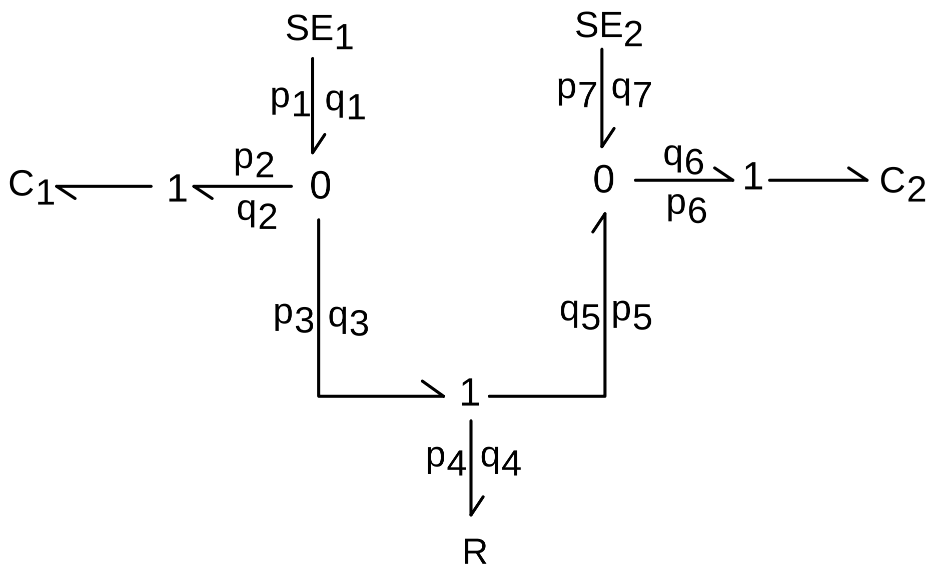
$$m_2\ddot{x}_2 = m_2 g - k_2 x_2$$

Rückgekoppelte Wassertanks









Beispiel: Cartoon